

УДК 612.133/.179+532.5.031

## ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ ПОИСК ОПТИМАЛЬНОЙ ФОРМЫ КАНАЛА ДЛЯ ЗАКРУЧЕННОГО ПОТОКА КРОВИ В СЕРДЦЕ И СОСУДАХ

© 2025 г. Я. Е. Жарков, А. В. Агафонов, А. Ю. Городков\*, академик РАН Л. А. Бокерия

Поступило 30.09.2024 г.

После доработки 15.10.2024 г.

Принято к публикации 17.10.2024 г.

В работе проведено численное параметрическое исследование структур течений в каналах с продольно-радиальным профилем  $zR^N = Const$  со сферическим куполом в основании. Целью работы являлось исследование структур течений в каналах в зависимости от показателя степени профиля канала  $N$  и высоты купола, обеспечивающих оптимальные условия центростремительного закрученного течения, аналогичного течению крови в полостях сердца и магистральных сосудах. Для исследования был выбран метод сравнительного анализа структуры течения в конфигурациях каналов  $zR^N = Const$ , проводимый в два этапа. На первом этапе показатель сходимости  $N$  варьировали в диапазоне от 1,25 до 2,75 с целью выявления значения параметра, обеспечивающего оптимальный режим течения. На втором этапе для установленного значения  $N$  варьировалась высота купола в диапазоне значений от 2,5 мм до 15 мм для выявления положительных эффектов, связанных с его наличием. Способом исследований являлось численное моделирование в стационарном режиме. В результате исследования влияния показателя сходимости канала было установлено, что профиль канала  $zR^2 = Const$  обеспечивает оптимальные условия для формирования закрученного течения с минимальными удельными потерями и равномерным распределением градиентов скорости. Этот канал также демонстрирует наилучшее соответствие аналитическим решениям вихря Бюргера, что подтверждает эффективность статической аппроксимации. Параметрическое исследование высоты купола выявило, что оптимальная высота купола, равная 7 мм, способствует сглаживанию градиентов скорости и снижению вязких потерь за счет оптимального увеличения масштабов центростремительного закрученного течения.

*Ключевые слова:* вихревые потоки, форма проточного канала, аппроксимация формы сердца и сосудов, закрученное течение крови, вязкое трение

DOI: 10.31857/S2686738925010128, EDN: tcmsbe

### ВВЕДЕНИЕ

Экспериментальные и клинические исследования показывают, что поток крови в сердце и магистральных сосудах относится к классу центростремительных закрученных течений (вихрь), что обеспечивается динамикой проточных каналов и упруго-деформационными свойствами сосудов [1–13]. Несмотря на сложную динамику процессов формирования течений в подвижном русле, было показано [11, 12, 14], что мгновенная пространственная геометрия проточных каналов сердца и аорты в норме может быть

аппроксимирована посредством двух поверхностей, соответствующих проточной части канала с продольно-радиальным профилем

$$zR^2 = Const \quad (1)$$

и вогнутой поверхности в форме купола, вдоль которой кровь поступает в соответствующую полость.

Выбор формы аппроксимации проточной части канала был основан на анализе точных решений уравнений Кикнадзе-Краснова [15], которые могут быть сведены к системе уравнений поля скоростей, соответствующих стационарному вихрю Бюргера [16] при условии наличия одной доминирующей циркуляции при квазистационарном режиме течения

ФГБУ «Национальный медицинский исследовательский центр сердечно-сосудистой хирургии им. А.Н. Бакулева» МЗ РФ

\*e-mail: agorodkov@bk.ru

$$\begin{cases} u_r = -C_0 r, \\ u_z = 2C_0 z, \\ u_\varphi = \frac{0}{2\pi r} * \left(1 - e^{-\frac{C_0 * r^2}{2\nu}}\right), \end{cases} \quad (2)$$

где  $C_0$  – радиальный градиент скорости [сек<sup>-1</sup>],  $\Gamma_0$  – циркуляция струи [м<sup>2</sup>/сек];  $\nu$  – кинематическая вязкость среды [м<sup>2</sup>/сек]. Этот вид аппроксимации использован на основании данных исследований компьютерной томографии геометрической структуры полостей левого предсердия, левого желудочка и аорты, характеризуемой сходимостью канала (показатель степени  $N$ ) и наличием вогнутой обтекаемой поверхности (купола) в месте зарождения закрученной струи. Выбор формы купола следовал из результатов анализа эволюент к линиям тока вихря Бюргера (2) [17]. Эта форма с достаточной точностью может быть аппроксимирована сферической поверхностью с радиусом, сопоставимым с габаритами канала.

Ранее были опубликованы результаты исследования распределения вязких потерь и напряжений сдвига в закрученных потоках воды в прямых сходящихся каналах, с диапазоном сходимости и размерами купола, включающими эти условия с целью подтверждения оптимальности выбранной аппроксимации. Ожидалось, что закрученное течение в канале такой геометрической конфигурации должно обладать гидродинамическими характеристиками, близкими к характеристикам потока крови в сердце и магистральных сосудах [14].

Результаты физических экспериментов и численного моделирования, проведенные для трех каналов с профилем  $zR^N = Const$  при  $N = 1, 2, 3$  и при разных габаритах купола, позволили выработать инструменты и подходы к анализу параметров потоков, а также выявить положительные эффекты, сопутствующие центростремительному закрученному течению [14].

Сопоставление расходных характеристик и анализ линий тока, полученных в результате моделирования в программе *Comsol Multiphysics* и в физическом эксперименте, показало хорошее совпадение по обоим критериям. Это позволило использовать *Comsol Multiphysics* с применением модели  $k-\omega$  [18–21] для анализа интегральных и пространственных распределений ключевых параметров течения, недоступных при физическом эксперименте.

Параметры анализа включали распределение азимутальных скоростей  $u_\varphi$  и вязких потерь  $Q$ . Распределение  $u_\varphi$  показывает интенсивность вращения жидкости в центростремительном течении [22]. Вязкие потери отражают два важных фактора при течении жидкости в физиологической системе. Первым фактором является уровень сдвиговых напряжений, низкие значения которого создают

условия для стабильности биологически активных компонентов крови и стенок канала [23–26]. Вторым фактор – интегральные потери на вязкое трение  $Q_{tot}$  – отражает степень энергоэффективности канала, которая в системе кровообращения в норме должна быть оптимально высокой в соответствии с принципом наименьшего действия.

Действительно, минимальное значение вязких потерь из трех исследованных профилей каналов было получено в канале с профилем  $zR^2 = Const$ , где формируется устойчивое центростремительное закрученное течение на всем протяжении канала. Результаты моделирования в присутствии купола показали, что наличие купола достаточного объема снижает потери на вязкое трение в канале и обеспечивает двукратное снижение предельных значений сдвиговых напряжений. Однако анализ ключевых параметров для каналов с руслом  $zR^N = Const$  при отсутствии купола выявил немонотонность изменения вязких потерь для  $N = 1, 2, 3$ . Так как проведенные исследования касались только трех вариантов каналов с показателями сходимости  $N = 1, 2, 3$  и трех габаритов купола, они не позволили определить точные значения показателей сходимости, соответствующие минимуму потерь. В связи с чем возникла необходимость более точного определения формы зависимости интегральных вязких потерь  $Q_{tot}(N)$  от геометрической конфигурации канала.

Таким образом, целью настоящей работы является расширенное параметрическое исследование структур течений в каналах в зависимости от показателя степени сходимости канала и габаритов купола, обеспечивающих оптимальные условия центростремительного закрученного течения, аналогичного течению крови в полостях сердца и магистральных сосудах.

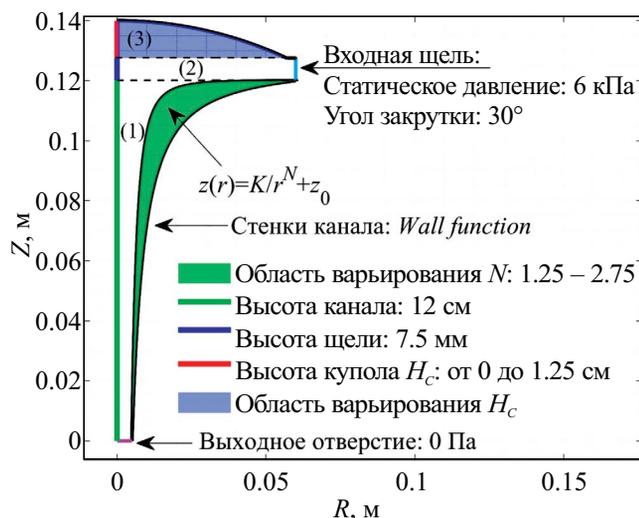
## МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Параметрическое исследование проводили в программе *Comsol Multiphysics* при использовании модуля “Вычислительная гидродинамика” (*SPF*) с моделью турбулентности  $k-\omega$  [18–21]. Геометрическая конфигурация каналов, а также используемые граничные условия приведены на рис. 1.

Геометрическая конфигурация исследуемых гидродинамических систем состояла из трех областей с двумя видами граничных условий. Нижняя часть канала, обозначенная цифрой 1 на рис. 1, расположена на высоте от 0 до 12 см и образована стенкой проточного канала. Продольно-радиальный профиль такого канала описывается выражением

$$zR^N = K + z_0, \quad (3)$$

где:  $N$  – показатель сходимости канала;  $K$  и  $z_0$  – константы, определяемые осевым (12 см)



**Рис. 1.** Геометрическая конфигурация каналов и граничные условия, используемые для численного моделирования.

Геометрическая конфигурация каналов включает три области с двумя видами граничных условий. Область (1) является частью канала со сходящимся руслом, граница которого определяется выражением  $zR^N = K + z_0$ . Показатель сходимости канала  $N$  изменяли от 1,25 до 2,75, область варьирования отражена зеленым цветом. Область (2) соответствовала входной щели в канал и оставалась неизменной при проведении численного моделирования. Область (3), отраженная фиолетовым цветом, образована сферическим куполом с высотой от 0 (отсутствие купола) до 1,25 см. Граничные условия включали статические давления на входе и выходе из канала, а для описания стенок применялось условие *Wall Function* без учета прилипания.

и радиальными размерами русла. Начальный и конечный радиальные размеры русла были фиксированы и составляли 1 и 6 см при высотах 0 и 12 см соответственно. Показатель сходимости при параметрическом исследовании варьировали от 1,25 до 2,75 с шагом 0,25. Выбор диапазона обоснован предположением, что канал с показателем сходимости  $N = 2$  обеспечивает оптимальные энергетические показатели, т.к. форма стенки совпадает с направлениями линий тока течения (2). Количество точек параметрического исследования (7 точек) является достаточным для использования интерполяционного метода 3-его порядка *Modified Akima*, преимуществами которого является отсутствие осцилляций и плавность второй производной.

В нижней части проточного канала расположено выходное отверстие, граничные условия для которого включали нулевое статическое давление в отсутствие возвратных потоков. Учет влияния стенок канала осуществляли при использовании функции *Wall Function* без учета прилипания, являющейся стандартным видом граничных условий для модели *k- $\omega$* . Игнорирование вязкостных

эффектов у стенок (прилипания) является грубым допущением, однако позволяет более достоверно определить объемные вязкие потери.

Средняя часть канала, обозначенная цифрой 2 на рис. 1, соответствует входной щели. Ее радиальный размер составлял 6 см при высоте 7,5 мм. Граничные условия на сечении входной щели включали статическое давление, равное 6 кПа при угле закрутки притекающего потока жидкости, равном 30°. Возвратные потоки не учитывали. Следует отметить, что для улучшения сходимости при численном моделировании использовали настройки турбулентных параметров потока, включающие задание параметров  $k_0$  и  $\omega_0$  равными  $0,005 \text{ м}^2/\text{с}^2$  и  $20 \text{ с}^{-1}$  соответственно. Использование данной меры привело к увеличению вклада турбулентных пульсаций в характер течения, что качественно не повлияло на результаты работы.

Верхняя часть канала (рис. 1 область 3) являлась зоной расположения коаксиального купола сферической формы. Радиус сферы и положение ее центра вдоль оси канала определяли в соответствии с радиальным размером купола, равным 5,7 см, и высотой купола, варьируемой от 0 до 1,5 см с шагом 2,5 мм. Диапазон варьирования этого параметра примерно соответствует анатомическим параметрам аппроксимируемой системы. Граничные условия на стенках купола аналогичны граничным условиям для проточного русла канала.

Также следует упомянуть, что выражение (3) обладает отличием в ориентации в продольном направлении от геометрической конфигурации каналов, приведенной на рис. 1. Инверсия ориентации была выполнена для удобства сравнения с результатами, приведенных в [14], где расположение каналов определяли условия проведения физического моделирования при истечении жидкости под действием силы тяжести.

Моделирование проводили в стационарном режиме, и оно включало два этапа параметрических исследований. На первом этапе проводили исследование влияния показателя сходимости канала  $N$  на энергоэффективность течения и его структуру в отсутствие купола. На втором этапе определяли влияние размера купола на характеристики течения для наиболее энергоэффективного канала.

## РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

### 1. Влияние сходимости проточной части канала на структуру течения и потери на вязкое трение

Для определения различий структуры течений для каналов  $zR^N = \text{Const}$  с показателем сходимости  $N \in (1,25 - 2,75)$ , численное моделирование проводили в стационарном режиме при статическом давлении на входе 6 кПа. Диапазон значений

параметра сходимости канала являлся симметричным относительно ожидаемого значения минимума при показателе сходимости  $N = 2$ , при котором продольно-радиальный профиль канала совпадает с формой линий тока аналитических выражений (2). Производили сравнение потерь на вязкое трение, их пространственных распределений, а также структуры распределения азимутальной составляющей скорости  $u_\phi(r, z)$ .

Результаты параметрического исследования показали (рис. 2), что в исследуемом диапазоне параметров распределение интегральных вязких потерь действительно не монотонно и обладает минимумом при показателе сходимости  $N = 2,32$ , что на 5% ниже, ожидаемого минимума при показателе сходимости  $N = 2$ . Для выявления причин расхождения между фактическим и ожидаемым расположением минимума интегральных вязких потерь были проанализированы их пространственные распределения для каналов с различной сходимостью.

Анализ распределений вязких потерь выявил три основных области их локализации, существующих во всех каналах в диапазоне варьирования. На примере канала с показателем сходимости  $N = 2$  (рис. 2), области локализации расположены

в пристеночной зоне интенсивного сужения канала (рис. 3, I), приосевом пространстве около интенсивного сужения (II), а также в области его максимального сужения (III).

Для выяснения причин возникновения областей локализации вязких потерь в каналах при разном показателе сходимости  $N$  был произведен анализ распределения компонентов тензора вязких потерь

$$Q = \begin{pmatrix} \tau_{rr} \frac{\partial u_r}{\partial r} & \tau_{r\phi} \frac{\partial u_r}{\partial \phi} & \tau_{rz} \frac{\partial u_r}{\partial z} \\ \tau_{\phi r} \frac{\partial u_\phi}{\partial r} & \tau_{\phi\phi} \frac{\partial u_\phi}{\partial \phi} & \tau_{\phi z} \frac{\partial u_\phi}{\partial z} \\ \tau_{zr} \frac{\partial u_z}{\partial r} & \tau_{z\phi} \frac{\partial u_z}{\partial \phi} & \tau_{zz} \frac{\partial u_z}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (4)$$

где  $\tau$  – тензор вязких напряжений;  $u_r, u_\phi, u_z$  – компоненты вектора скорости. Элементы, расположенные на главной диагонали, отражают вязкие потери при ускорении течения жидкости по направлению линий тока, а элементы вне главной диагонали – трение при трансформации составляющих скорости из одного направления в другое. Согласно (4), вне диагональные компоненты тензора отражают потери, возникающие под действием сдвиговых напряжений, что позволяет провести сравнительную оценку их воздействия в каналах

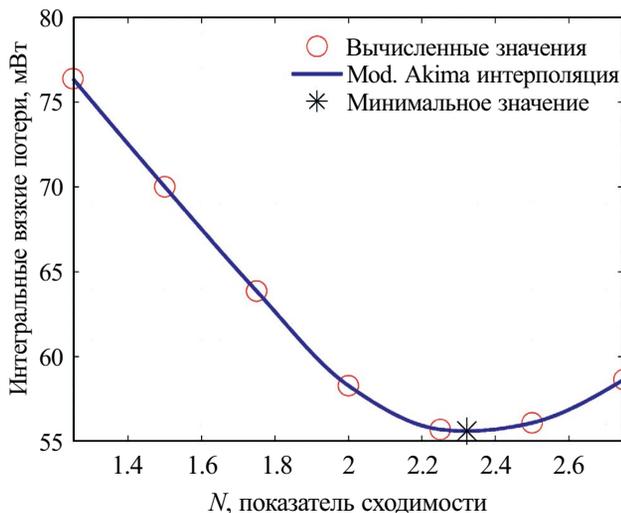


Рис. 2. Зависимость интегральных потерь на вязкое трение в стационарном режиме от показателя сходимости канала  $zR^N = Const$ .

Красным круглым маркером обозначены вычисленные значения, полученные в результате численного моделирования стационарного течения. Синяя линия – это интерполяционная кривая *Mod. Akima*, аппроксимирующая форму зависимости интегральных вязких потерь от показателя сходимости канала  $N$ . Черным маркером отражена точка минимума интерполяционной кривой.

Из рис. 2 видно, что зависимость интегральных потерь на вязкое трение обладает точкой минимума при значении показателя сходимости  $N = 2,32$ , что отличается от ожидаемого минимума при  $N = 2$ .

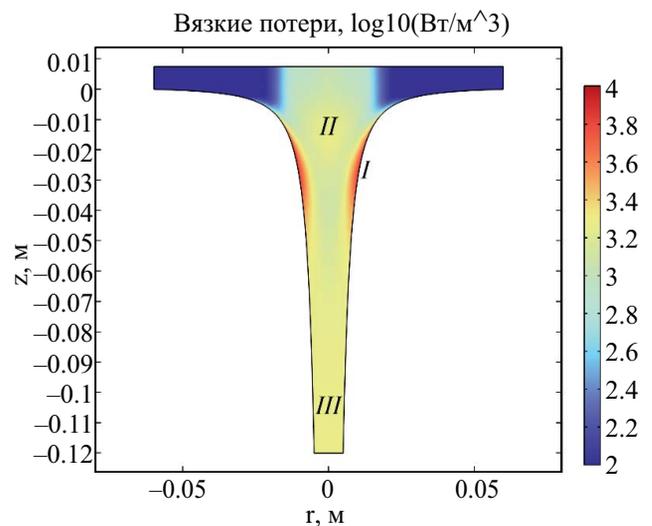


Рис. 3. Распределение полных вязких потерь на примере канала  $N = 2$  и основные области их локализации. Из рисунка видно, что существует три основных зоны локализации потерь: I) пристеночная зона интенсивного сужения; II) приосевая зона в месте сужения; III) область максимального сужения канала. Анализ причин возникновения областей локализации потерь был произведен с применением оценки вклада компонентов тензора вязких потерь в каждую область.

различной формы без непосредственного определения величины и упростить анализ.

Оценка вклада компонентов тензора (4) для каналов различной формы позволила выделить 4 основные группы потерь, которые включают: 1) продольные потери, отражающие интенсивность ускорения течения жидкости в направлении выходного отверстия ( $Q_{z-z}$ ); 2) сумма радиальных и азимутальных потерь, описывающая общее сопротивление движению жидкости в этих направлениях ( $Q_{r-r} + Q_{\varphi-\varphi}$ ); 3 и 4) продольно-радиальные ( $Q_{r-z} + Q_{z-r}$ ) и азимутально-радиальные потери, отображающие потери на трение при трансформации скорости течения из одного в другое ( $Q_{r-\varphi} + Q_{\varphi-r}$ ). Перечисленные группы потерь вносят различный вклад в общие вязкие потери каналов с различным показателем сходимости  $N$ , а также перераспределяются между областями локализации на рис. 3. Описанная группировка компонент потерь позволила сформировать картину эволюции течения в каналах, а также выявить отличия в их структуре.

Общий характер развития течения проиллюстрирован изображениями на рис. 4 на примере канала  $zR^2 = Const$ . Согласно рис. 4, а, приток жидкости из входной щели сопровождается увеличением азимутальной скорости при приближении к оси канала. Это приводит к росту радиально-азимутальных потерь (рис. 4, б), отражающих потери на трение при трансформации скорости, а также к увеличению вклада суммы продольных и радиальных потерь (рис. 4, в). Абсолютные величины вязких потерь в области входной щели малы (рис. 7, е), но возрастают при уменьшении радиуса канала и приближении к области интенсивного сужения.

В области  $I-II$  течение разделяется на два потока, развивающихся вдоль стенки канала и в радиальном направлении к оси. В области  $I$  наибольший вклад вносят главные компоненты тензора (рис. 6, в-г), в то время как продольно-радиальные и радиально-азимутальные потери отсутствуют (рис. 6, б, д). Здесь происходит трансформация азимутальной скорости в продольную. В области  $II$  потери относятся к продольно-радиальному и радиально-азимутальному типу, что является следствием захвата пристеночного потока течением из области  $I$ . В области  $III$  формируется общее течение, которое носит преимущественно продольный характер.

Таким образом, причины возникновения областей локализации состоят в существовании двух потоков, один из которых реализует массоперенос жидкости по типу вихря Бюргерса и занимает основной объем канала, а второй распространяется в пристеночной области. Определение причин возникновения областей локализации потерь позволило использовать интегральные значения компонент (4) для анализа различий течений в каналах с различным показателем сходимости  $N$ .

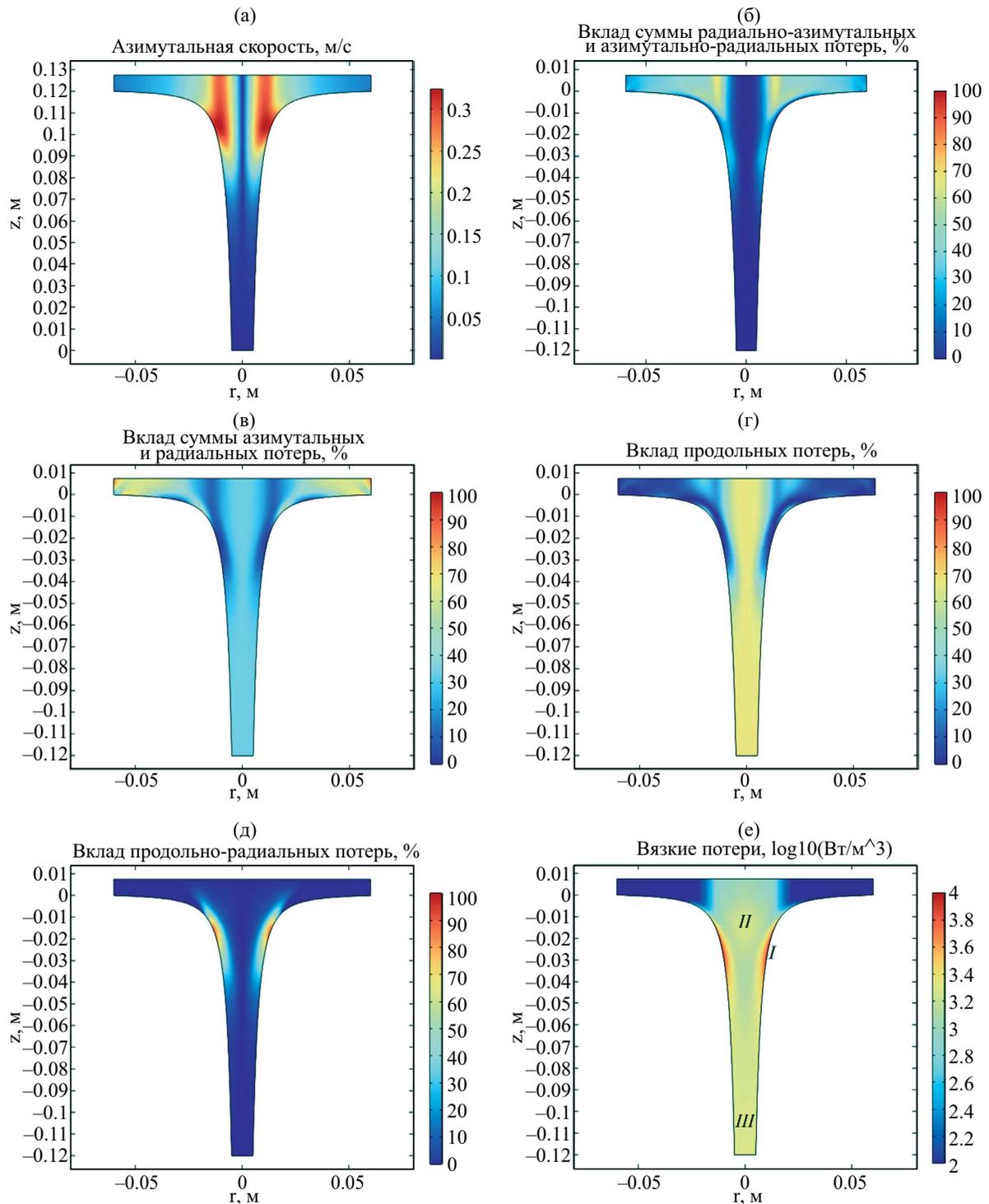
Анализ интегральных значений компонент (4) и распределения потерь (на рис. 5, 6) показал, что увеличение показателя сходимости канала от 1,25 до 2,75 сопровождается ростом радиально-азимутальных потерь, что является следствием интенсификации вихря Бюргерса (зона II на рис. 3) (рис. 6, г-е).

Увеличение скорости вращения жидкости приводит к уменьшению потерь продольной компоненты тензора ( $Q_{z-z}$ ), однако характер изменения потерь является нелинейным (рис. 5). Согласно рис. 6 а-в, это связано с изменением локализации потерь за счет увеличения вклада продольной компоненты. При увеличении степени сходимости  $N$  зона максимальных потерь перемещается из области III в область II.

Из зависимости влияния азимутальной скорости на продольные потери и их локализаций следует, что увеличение показателя сходимости приводит к росту азимутальной скорости, которое способствует формированию продольного массопереноса жидкости в начале канала. С другой стороны, увеличение скорости вращения приводит к росту трения и возрастанию градиентов продольной скорости. Влияние этих двух факторов формируют минимум при показателе сходимости канала  $N = 2,32$ . При сходимости канала  $N = 1,25 - 1,75$  существует локальный максимум продольно-радиальных потерь (рис. 5, з-р). Для выявления причин его возникновения были проанализированы пространственные распределения азимутальной скорости и вязких потерь на рис. 7.

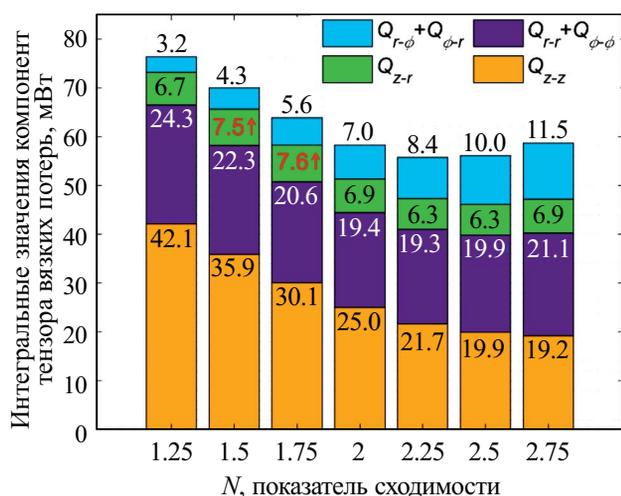
Результаты сравнения распределений показали, что наличие максимума является следствием влияния двух факторов. Увеличение показателя  $N$  приводит к возрастанию интенсивности вихря (рис. 7, г-е) и массопереносу в приосевой зоне с возникновением эффекта Коанда. Увеличение показателя  $N$  также увеличивает длину стенки, что приводит к росту продольно-радиального градиента (рис. 7, а-в). Таким образом, можно заключить, что интенсивности вихревого движения при показателях сходимости  $N = 1,25 - 1,75$  недостаточно для того, чтобы обеспечить основной массоперенос жидкости в продольном направлении, следствием чего является рост продольно-радиальных потерь. Похожий эффект также получен для канала с показателем  $N = 2,75$  (рис. 6, в, е), однако в данном случае высокая скорость вращения жидкости в сочетании с крутизной канала приводит к усиленному контакту потока со стенками в области резкого сужения, что также приводит к росту продольно-радиальных потерь.

Таким образом, увеличение показателя сходимости от  $N = 1,25 - 2,25$  приводит к снижению вязких потерь вследствие возрастания продольного массопереноса при увеличении азимутальной скорости. Излишне высокая интенсивность вращения



**Рис. 4.** Распределение азимутальной скорости (а), вклад продольно-радиальной компоненты вязких потерь (б), компонент главной диагонали тензора  $(\epsilon - \varepsilon)$ , продольно-радиальной компоненты (д) и распределение вязких потерь (е) в канале  $N = 2$ .

Пространственные распределения параметров иллюстрируют общий характер течения на примере канала с показателем сходимости  $N = 2$ . Развитие потока после входной щели сопровождается ростом радиальных, азимутальных и азимутально-радиальных потерь, что является следствием увеличения азимутальной скорости жидкости. В области интенсивного сужения вблизи оси канала (область II) происходит уменьшение закрутки жидкости с трансформацией азимутальной скорости в продольную. Продольный массоперенос жидкости в канале в осевой зоне приводит к формированию пристенного потока (область I), который соединяется с основным потоком при приближении к области III, где преобладает продольная скорость течения жидкости.



**Рис. 5.** Зависимости интегралов компонент тензора вязких потерь для каналов с показателями сходимости  $N = 1,25 - 2,75$ .

Данное изображение является зависимостью на рис. 2, разложенной на компоненты тензора потерь. Интегральные характеристики потерь показывают, что увеличение показателя сходимости 1,25 до 2,75 приводит к росту азимутально-радиальных потерь, отражающих трение при вращении струи, в то время как продольные потери нелинейно уменьшаются. Анализ распределений на рис. 6 показал, что характер изменения этого вида потерь определяется областью их локализации, зависящей от показателя сходимости. Зависимости интегральных значений продольно-радиальной компоненты показывают существование локального максимума в области показателей сходимости  $N = 1,25 - 1,75$ . Причины его возникновения показаны на рис. 7.

жидкости при  $N = 2,5 - 2,75$  приводит к возрастанию потерь на трение. Оптимальная структура течения по критерию абсолютных величин вязких потерь достигается при показателе сходимости  $N = 2,32$  на основании приведенных данных.

Тем не менее при проведении сравнительного анализа структуры распределения вязких потерь для каналов с показателем  $N = 2$  и  $N = 2,25$  было получено, что течение в канале  $N = 2,25$  обладает большими значениями вязких потерь, отражающих уровень сдвиговых напряжений. Как было приведено в [14], величина сдвиговых напряжений оказывает влияние на стабильность биологически активных компонентов крови, что делает течение в канале  $N = 2$  более предпочтительным. Для корректного сравнения каналов, отличающихся объемами, при разном уровне вязких потерь и областей их локализации более корректным является сравнение вязких потерь, приведенных к объему канала. Результат приведения зависимости полных вязких потерь к объему канала приведен на рис. 8.

Полученная зависимость удельных вязких потерь обладает локальным минимумом при показателе

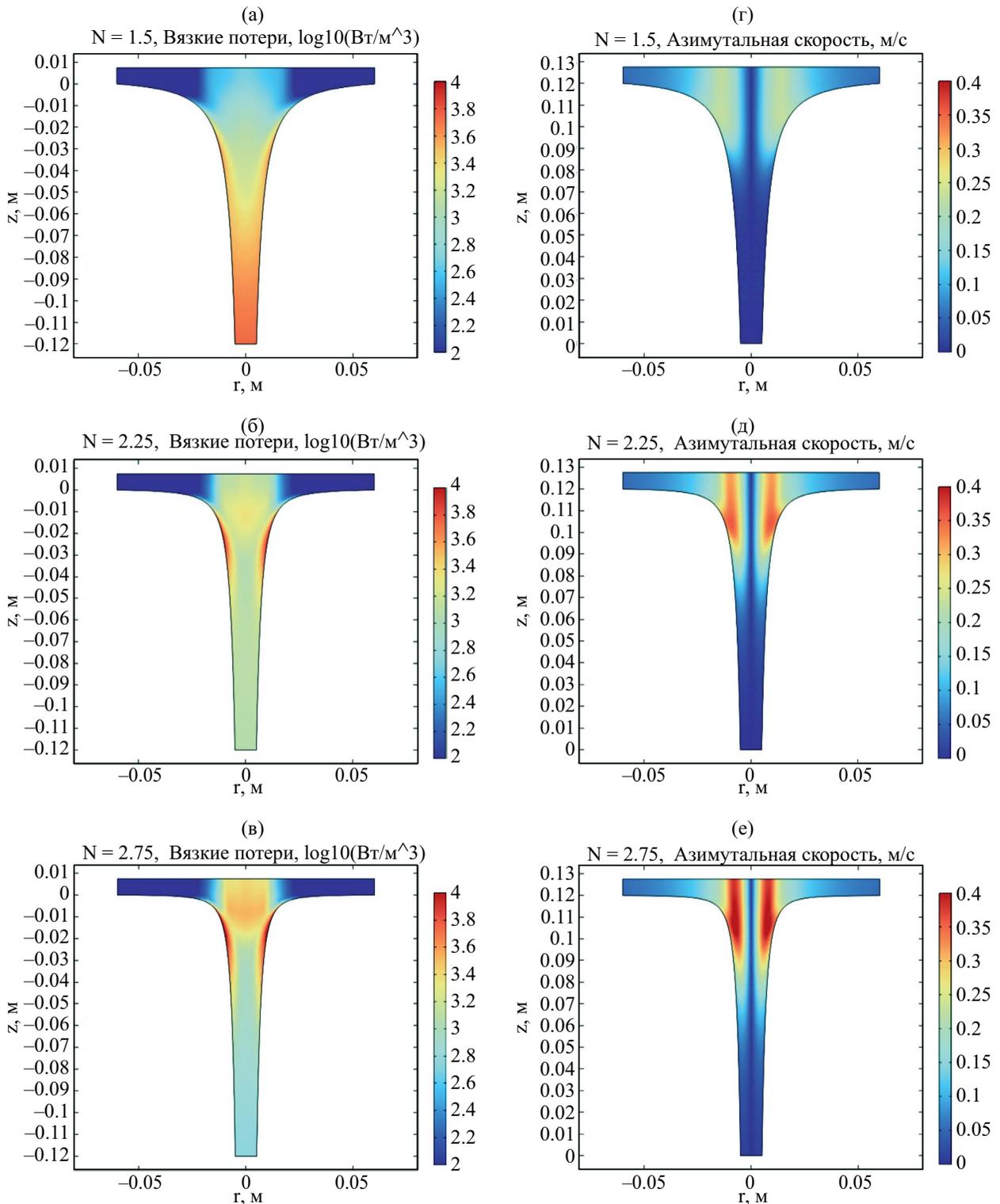
сходимости  $N = 2,05$ , что достаточно близко к ожидаемому значению  $N = 2$  с учетом погрешности интерполяции. Рост потерь при увеличении показателя сходимости выше  $N = 2,05$  возникает из-за увеличения азимутальной скорости в вихре. Рост потерь при уменьшении показателя объясняется недостаточной интенсивностью вихря и, как следствие, увеличением потерь в областях около стенок канала.

Также из рис. 8 следует, что зависимость удельных вязких потерь снижается при показателе сходимости меньше  $N = 1,75$ . Тем не менее, как показали пространственные распределения на рис. 6 и 7, в данном канале не формируется выраженного центростремительного закрученного течения, существование которого доказано экспериментальными наблюдениями [14]. Признаки его развития начинают проявляться только при показателе сходимости выше  $N = 1,75$  (рис. 7, e). Помимо этого, в нижней части канала  $N = 1,25$  формируется область с высокими градиентами скорости, существование которых в физиологической системе в норме нежелательно. Однако, несмотря на перечисленные факторы, течение в этом канале подлежит дополнительному изучению при учете прилипания к стенкам.

Из приведенных на рис. 8 результатов следует, что течение, формируемое в канале  $N = 2$ , отличается малыми удельными потерями и низкими сдвиговыми напряжениями. Последний фактор также находит отражение в аналитических решениях для вихря Бюргерса (2). При существовании аналитических предпосылок для моделирования, естественным является проверка на соответствие характера течений, полученных при численном моделировании и аналитически.

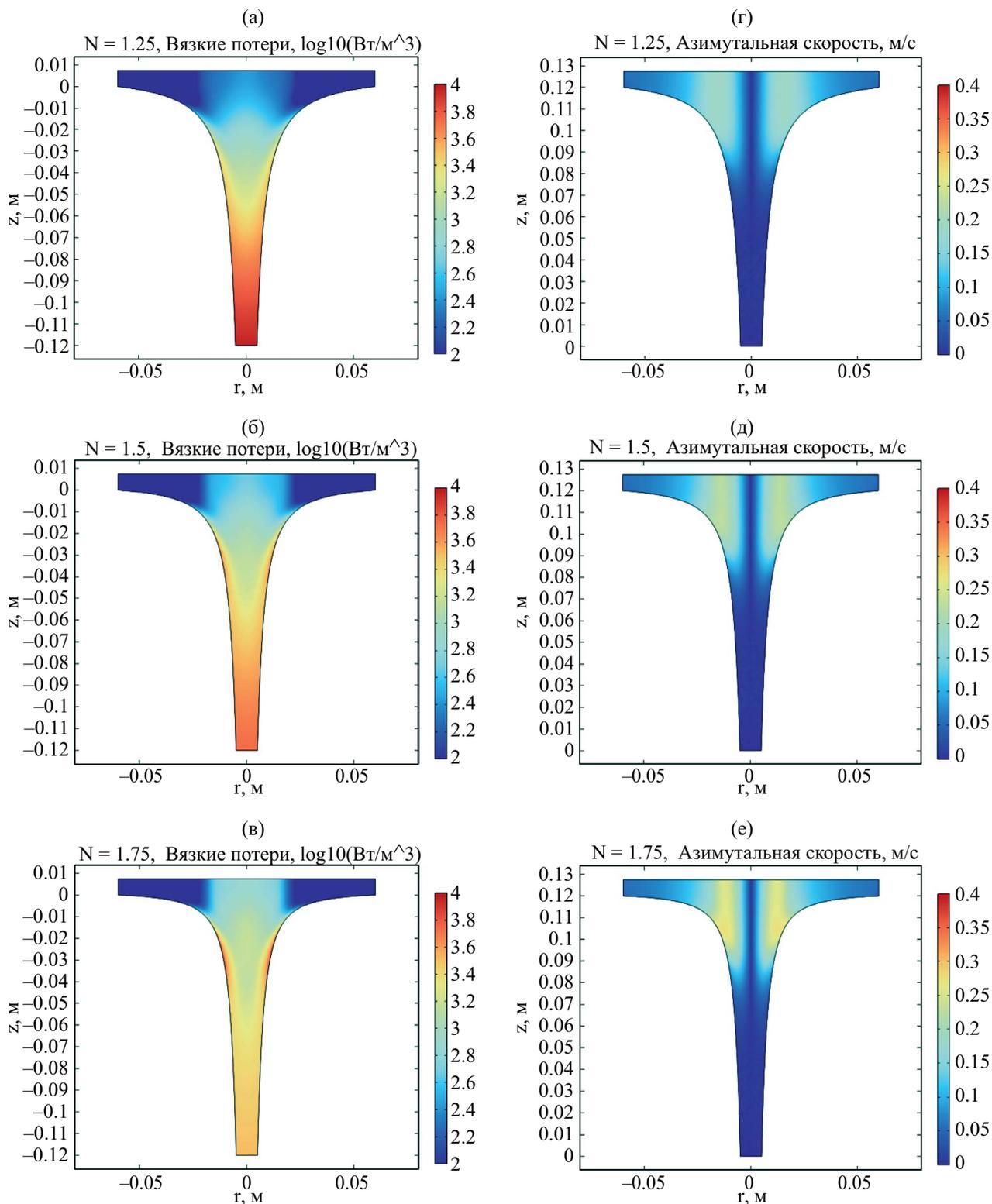
Из соотношений (5) следует, что течение струи в стационарном случае при постоянных значениях  $C_0$  и  $\Gamma_0$  включает радиальный массоперенос жидкости на всем протяжении струи, что при ГУ в настоящем моделировании невозможно из-за существования стенок канала. Однако, если величины  $C_0$  и  $\Gamma_0$  не являются константой, а являются скалярными полями, то проверка на соответствие течений для каналов  $N = 1,25 - 2,75$  с приведенными выражениями может быть проведена посредством прямой подстановки распределений величины  $C_0$ , определенной при численном моделировании, в выражение для продольной скорости течения.

Результаты подстановки распределения радиального градиента скорости в выражение для продольной составляющей скорости приведены на рис. 9. Для численной оценки подобия продольной скорости течений был использован критерий среднеквадратичного отклонения. Из приведенных на рис. 9 результатов следует, что отклонение минимально для канала  $N = 2$ . Тем не менее в случае показателя сходимости канала  $N = 1,75$  значение

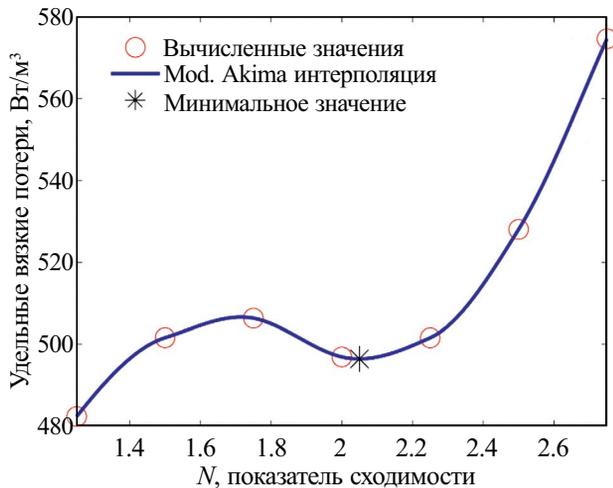


**Рис. 6.** Распределение полных вязких потерь (а-в) и азимутальных скоростей для каналов (г-е) для с показателем сходимости  $N = 1,5, 2,25, 2,75$  для анализа отличий структур течений в каналах с разной сходимостью.

Пространственные распределения параметров вязких потерь и азимутальной скорости демонстрируют корреляцию между интенсивностью вихря и областями локализации потерь. В случае  $N = 1,5$  низкие значения азимутальной скорости приводят к высоким потерям в области выходного отверстия канала. Высокая интенсивности вихря в канале  $N = 2,75$  приводит к возникновению высоких градиентов скорости в области сужения канала. Течение в канале  $N = 2,25$  демонстрирует промежуточное распределение между двумя крайними случаями.



**Рис. 7.** Распределение полных вязких потерь (а-в) и азимутальных скоростей (г-е) в каналах  $N = 1,25, 1,5, 1,75$  для анализа причин возникновения локального максимума продольно-радиальных потерь в интервале  $N = 1,25 - 1,75$ . Пространственные распределения параметров показывают причину возникновения локального максимума продольно-радиальных потерь в диапазоне сходимости  $N = 1,25 - 1,75$ . Увеличение длины стенки канала приводит к возрастанию продольно-радиальных потерь в области  $I$ . Противоположающим этому фактору является эффект Коанда, возникающего из-за существования вихря.

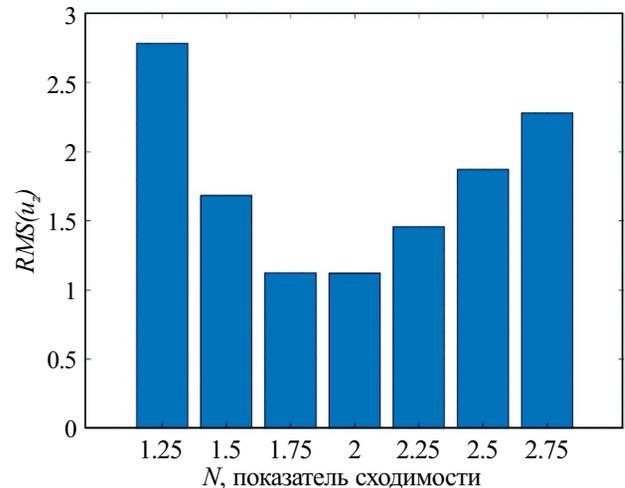


**Рис. 8.** Зависимость вязких потерь от показателя сходимости  $N$ , приведенных к объему канала. Зависимость удельных вязких потерь показала, что наиболее энергоэффективным является канал с показателем сходимости  $N = 2,05$ . Увеличение потерь при увеличении показателя сходимости выше 2,05 возникает из-за увеличения азимутальной скорости в вихре. Рост потерь при уменьшении показателя ниже 2,05 объясняется увеличением потерь в областях около стенок канала.

среднеквадратичного отклонения выше лишь на 0,3%. В связи с этим в сравнение был включен анализ средней продольной скорости в выходном отверстии для каналов  $N = 1,75$  и 2. Сравнение скоростей в выходном сечении каналов показало, что различие средней скорости, рассчитанной двумя методами составляет 0,5 м/с при показателе сходимости  $N = 1,75$  и 0,02 м/с в случае  $N = 2$ , что говорит об идентичности течений, полученных двумя методами для канала со сходимостью  $N = 2$  по параметру продольной скорости.

Таким образом, канал с показателем сходимости  $N = 2$  обеспечивает наиболее оптимальный и однородный характер течения жидкости: увеличение показателя сходимости приводит к росту потерь из-за увеличения интенсивности закрученного течения, а уменьшение показателя приводит к возрастанию потерь на обтекание стенок канала и высоким градиентам продольной скорости в области выходного отверстия. Течение, формируемое в канале  $N = 2$ , обладает наилучшим совпадением с аналитическими выражениями вихря Бюргера для продольной скорости, которые легли в основу исследований течений при использовании статической аппроксимации каналов.

Формированию центростремительной закрученной струи способствует наличие вогнутой обтекаемой поверхности в месте зарождения вихря. По результатам предыдущей работы [14] было получено, что существование глубокого купола с широким



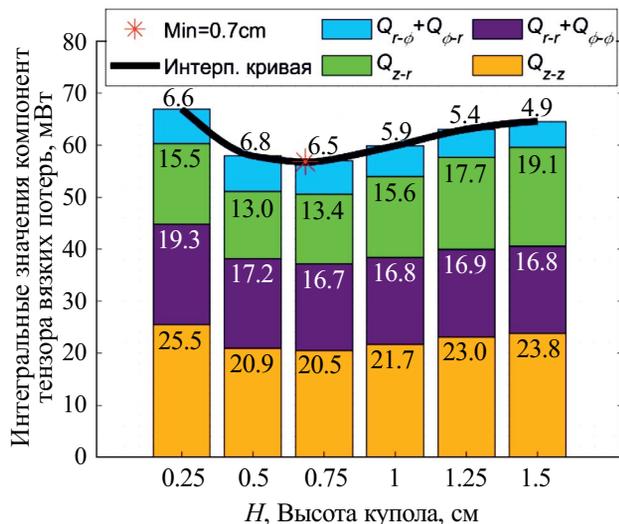
**Рис. 9.** Среднеквадратичное отклонение продольной скорости  $RMS(u_z)$  для каналов различной формы (а) при аналитическом решении и при моделировании в *Comsol Multiphysics*.

Из рисунка 9, а следует, что распределение продольной скорости, формируемое в канале с показателем сходимости  $N = 2$ , обладает наилучшим совпадением с аналитическим выражением по критерию среднеквадратичного отклонения, но значение при показателе сходимости  $N = 1,75$  выше только на 0,3%. В связи с этим в сравнение был включен анализ средней продольной скорости в выходном отверстии для каналов  $N = 1,75$  и 2. Сравнение скоростей в выходном сечении каналов показало, что различие средней скорости, рассчитанной двумя методами, составляет 0,5 м/с при показателе сходимости  $N = 1,75$  и 0,02 м/с в случае  $N = 2$ , что говорит об идентичности течений, полученных двумя методами для канала со сходимостью  $N = 2$  по параметру продольной скорости.

основанием способствует снижению потерь на вязкое трение в канале с показателем  $N = 2$ . Тем не менее исследования влияния глубины купола не были проведены.

## 2. ВЛИЯНИЕ ВЫСОТЫ КУПОЛА НА ТЕЧЕНИЕ В КАНАЛЕ $ZR^2 = \text{CONST}$

Моделирование проводили для канала  $zR^2 = \text{Const}$  в стационарном режиме при статическом давлении на входе 6 кПа. Радиальный размер купола составлял 95% от максимального радиального размера канала, а высота купола варьировалась от 0,25 до 1,5 см. Диапазон параметрического исследования соответствует анатомическим параметрам левого предсердия и левого желудочка, где зарождается закрученная струя. Методы анализа включали использование интегральных значений компонент тензора вязких потерь (4), распределений вязких потерь и азимутальной скорости. Для увеличения стабильности численного моделирования



**Рис. 10.** Интерполяционная зависимость полных вязких потерь (черная кривая), вклады составляющих компонент тензора вязких потерь (гистограмма) и расположения минимума интерполяционной зависимости (красный маркер).

Из приведенного изображения следует, что зависимость вязких потерь от высоты купола не монотонна и обладает минимумом при высоте, равной 0,7 см. Анализ вкладов радиально-азимутальных градиентов показывает расхождение с результатами, полученными при варьировании показателя сходимости: в случае каналов с высотой от 0,25 до 0,75 потери при вращении жидкости меняются незначительно, но при этом возникает снижение потерь компонент главной диагонали. Причины возникновения данного эффекта отражены пространственными распределениями вязких потерь и азимутальных скоростей на рис. 11.

при наличии купола расчетная сетка была уточнена в области пространства купола.

Параметрическое исследование при варьировании высоты сферического купола показало, что зависимость потерь на вязкое трение (рис. 10) также не монотонна и обладает минимумом при высоте купола, равной 0,7 см. Увеличение высоты купола свыше 0,7 см приводит к снижению азимутально-радиальных потерь и росту продольно-радиальной и продольной компоненты потерь. Уменьшение высоты купола оказывает малое влияние на азимутально-радиальные потери, однако приводит к росту значений компонент тензора главной диагонали.

Для выяснения причины существования минимума зависимости вязких потерь были проанализированы их пространственные распределения, а также распределения азимутальных скоростей для каналов с высотой купола  $H = 0,25, 0,75$  и  $1,5$  см (рис. 11).

Результаты анализа выявили динамику изменения характера течения с ростом высоты купола. В случае  $H = 0,25$  см характер течения близок к случаю полного отсутствия купола (рис. 11 *a-b*). Изменение

высоты до значения  $H = 0,75$  см (рис. 11 *в-г*) сопровождается ростом масштаба вихря без уменьшения значений азимутальной скорости, что приводит к увеличению продольного массопереноса из-за интенсификации вихря (рис. 10).

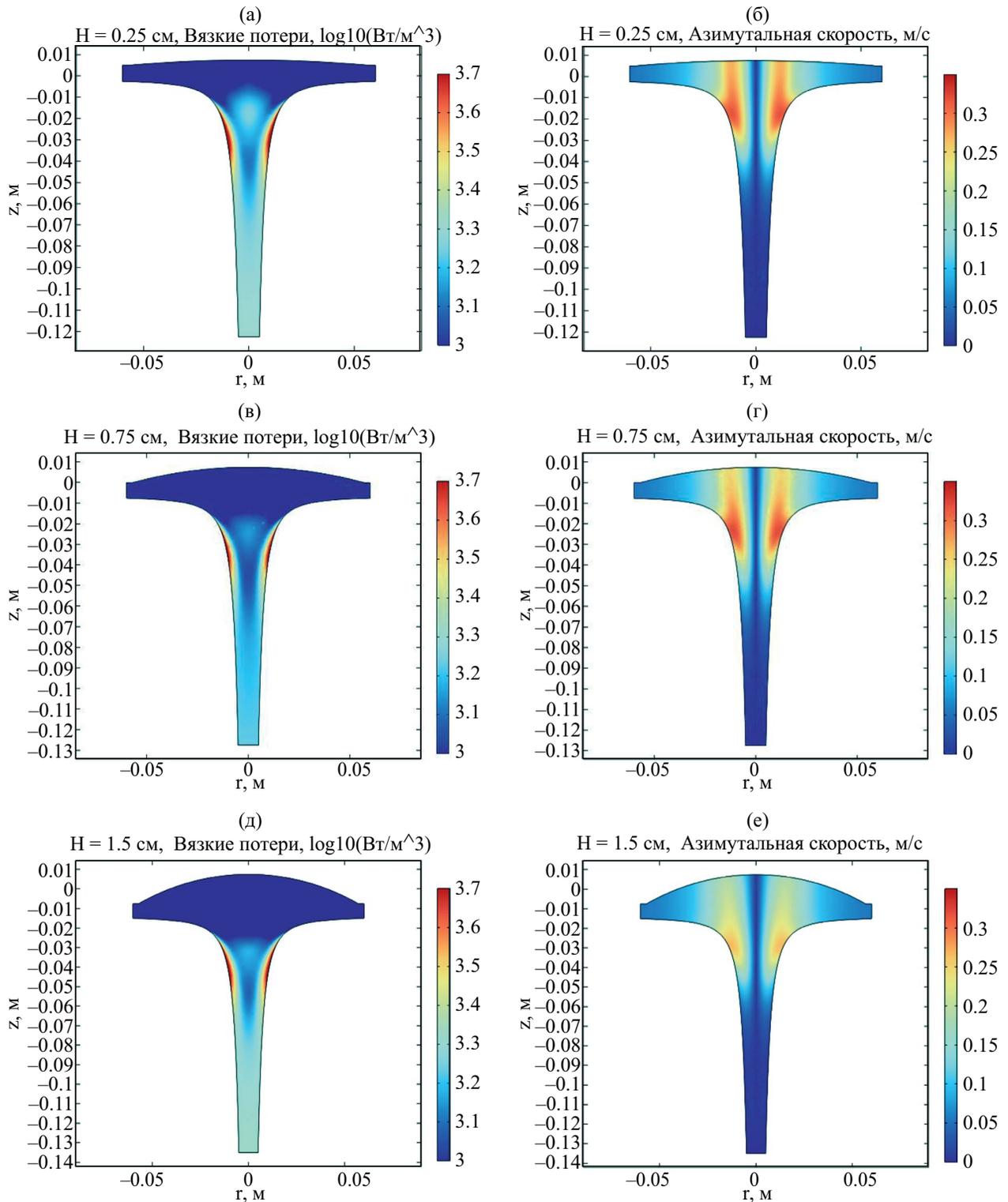
Дальнейшее увеличение высоты купола до  $H = 1,5$  см (рис. 11 *д, е*) приводит к увеличению масштабов вихря при существенном снижении азимутальной скорости. По аналогии с каналами с показателем сходимости  $N = 1,25-1,75$  снижение азимутальной скорости и вырождение вихря приводит к росту компоненты вязких потерь главной диагонали.

Таким образом, конфигурация канала с показателем сходимости  $N = 2$  и высотой купола  $H = 0,75$  способствует интенсификации вихря и снижению вязких потерь. Такая конфигурация близка к реальным анатомическим проточным каналам сердца и аорты, что обосновывает оптимальные условия течения крови в этом сегменте кровообращения.

## ОБСУЖДЕНИЕ

Экспериментальные и клинические исследования свидетельствуют о том, что поток крови в сердце и магистральных сосудах принадлежит к классу центростремительных закрученных течений, что связано с динамикой проточных каналов и упруго-деформационными свойствами сосудистых стенок. Несмотря на значительные достижения в области изучения динамики потоков в этой зоне, экспериментальных результатов, раскрывающих физиологический смысл формирования здесь закрученных течений, недостаточно. Сложность воспроизведения условий, существующих в живом организме, и ограниченные возможности клинических исследований затрудняют полное понимание причин формирования центростремительных закрученных течений. Это приводит к возникновению необходимости исследований с применением упрощенных аппроксимаций, которые могут облегчить анализ ключевых факторов, влияющих на структуру потоков, и предоставить более простые модели для изучения сложных физиологических процессов.

Один из таких подходов основан на применении статической аппроксимации продольно-радиального профиля проточного канала сердца выражением  $zR^2 = \text{Const}$ , которое вытекает из точных решений уравнений Кикнадзе-Краснова, сводящихся при определенных допущениях к вихрю Бюргерса. Поверхность, вдоль которой кровь поступает в сердце, в свою очередь, может быть аппроксимирована вогнутой поверхностью в виде купола сферической формы с радиусом, сопоставимым с габаритами канала. Описанный вид аппроксимации показал хорошее совпадение



**Рис. 11.** Распределение полных вязких потерь (а, в, д) и азимутальных скоростей (б, г, е) для каналов с высотой купола  $H = 0,25, 0,75$  и  $1,5$ .

Пространственные распределения параметров вязких потерь и азимутальной скорости показывают изменение течения с ростом высоты купола. Увеличение высоты купола приводит к росту масштаба вихря, что уменьшает продольные градиенты в области II. При большей глубине купола увеличение масштаба вихря приводит к снижению азимутальной скорости, что увеличивает продольные потери в области III. Оптимальная величина купола приводит к однородному распределению потерь на всем протяжении канала.

с данными исследований геометрической конфигурации полостей левого предсердия, левого желудочка и аорты с помощью компьютерной томографии.

Настоящая аппроксимация легла в основу предстоящей работы, в ходе которой было проведено сравнение характера течений, формируемых в каналах с продольно-радиальным профилем  $zR^N = \text{Const}$  при  $N = 1, 2, 3$  при различных габаритах купола. Результаты работы показали, что канал с показателем сходимости  $N = 2$  и куполом с радиальным размером, равным радиальному размеру канала, обеспечивает минимальные вязкие потери при течении жидкости, что сопровождается формированием вихря в приосевой зоне на всем протяжении канала. Однако результаты исследования были ограничены возможностями физического моделирования и затрагивали только три варианта канала, при этом была показана немонотонность изменения вязких потерь при увеличении показателя сходимости  $N$  от 1 до 3. В связи с этим возникла необходимость более точного определения формы зависимости интегральных вязких потерь от геометрической конфигурации канала.

Настоящая работа позволила расширить полученные ранее результаты посредством детального параметрического исследования влияния показателя сходимости канала  $N$  и высоты купола на структуру закрученного течения. Из результатов настоящей работы следует, что канал с продольно-радиальным профилем  $zR^2 = \text{Const}$  поддерживает оптимальный режим течения с низким уровнем потерь, который обеспечивается именно благодаря центростремительному закрученному течению. Анализ влияния высоты купола для данного канала показал наличие оптимального значения высоты, способствующего снижению потерь и уменьшению сдвиговых напряжений, которые могут оказывать негативное влияние на биологически активные компоненты крови.

Полученные результаты должны быть расширены с учетом большего количества факторов, оказывающих влияния на характер течения. Одно из допущений при проведении как физического моделирования в предыдущем исследовании [14], так и при численных расчетах в настоящей работе, включало использование диаметра выходного отверстия, равного 1 см. Выбор модельного столь малого размера для физического и численного моделирования был обоснован необходимостью снижения расходных характеристик каналов с целью увеличения точности определения структурных характеристик. В действительности, минимальный диаметр начального участка аппроксимируемого канала аорты в норме составляет от 2 до 2,7 см, что может иметь значение, учитывая нелинейность зависимости структурных параметров течения от размеров канала. Поэтому при дальнейшем анализе желательно ввести некоторую

нормированную величину, отражающую высоту купола, пригодную для характеристики вогнутой обтекаемой поверхности независимо от общих габаритов системы. Струя в аорте эволюционирует против значительного сопротивления и является затопленной струей. Это порождает значительные возвратные и вторичные потоки, также вносящие существенный вклад в структуру закрученного течения, изгоняемого из левого желудочка в аорту.

Существование сложного характера течения, формируемого в действительной анатомической системе, требует учета большего количества влияющих факторов при численном моделировании, наиболее важным среди которых является эффект прилипания. Пренебрежение эффектом прилипания при наличии закрутки жидкости с возвратными потоками может исказить результаты численного моделирования из-за отсутствия условий для формирования областей нестационарных течений, выявление которых особенно важно при пульсирующем характере притока жидкости в канал. В данном случае не исключается тенденция к развитию областей нестационарных потоков, что может значительно влиять на интегральные характеристики течения, а также приводить к нарушению его повторяемости из цикла в цикл. С другой стороны, отсутствие областей возникновения нестационарных потоков (или если их вклад незначителен) является критерием соответствия течения уравнениям Кикнадзе-Краснова, лежащим в основе статической аппроксимации, т.к. точные решения были получены при условии квазистационарного характера течения. Проведение численного моделирования с учетом перечисленных факторов является целью дальнейшей работы.

## ВЫВОД

Получено, что канал с профилем  $zR^2 = \text{Const}$  обеспечивает оптимальные условия формирования закрученного течения, отличающегося от каналов другой формой, низким уровнем удельных потерь и наиболее равномерным распределением градиентов скорости. Параметрическое исследование влияния высоты купола на характер течения в канале  $zR^2 = \text{Const}$  позволило определить оптимальный размер купола с высотой 0,75 см, который увеличивает эффект сглаживания градиентов в канале и снижает вязкие потери посредством оптимального увеличения масштабов вихревого движения.

Канал с показателем сходимости  $N = 2$  и куполом обеспечивает наилучшее совпадение продольно-радиального профиля линий тока с аналитическими выражениями вихря Бюргерса, что подтверждает возможность их использования для статической аппроксимации анатомических каналов сердца и аорты.

## ИСТОЧНИКИ ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского Научного Фонда (грант № 22-15-00148).

## КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Конфликт интересов отсутствует.

## СОБЛЮДЕНИЕ ЭТИЧЕСКИХ НОРМ И СТАНДАРТОВ

В работе не проводилось исследований человека и животных.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Городков, А.Ю.* Анализ структуры внутрисердечного закрученного потока крови на основании морфометрии трабекулярного рельефа левого желудочка сердца / А.Ю. Городков // Бюллетень НЦССХ им. А.Н. Бакулева РАМН. Сердечно-сосудистые заболевания. 2003. Т. 4, № 9. С. 61–66.
2. *Frazin L.J., et al.* Functional chiral asymmetry in descending thoracic aorta //Circulation. 1990. Т. 82. № 6. С. 1985–1994.
3. *Da Li, Jiarong Wang, Wen Zeng, Xiangguo Zeng, Zhan Liu, Haoyao Cao, Ding Yuan, Tinghui Zheng.* The loss of helical flow in the thoracic aorta might be an identifying marker for the risk of acute type B aortic dissection. Computer Methods and Programs in Biomedicine, Volume 230, 2023, 107331.
4. *Frazin L.J., et al.* Confirmation and initial documentation of thoracic and abdominal aortic helical flow. An ultrasound study //ASAIO Journal (American Society for Artificial Internal Organs: 1992). 1996. Т. 42. № 6. С. 951–956.
5. *Бокерия Л.А. и др.* Анализ поля скоростей закрученного потока крови в аорте магнитно-резонансной велосиметрии //Бюллетень НЦССХ им. АН Бакулева РАМН. Сердечно-сосудистые заболевания. 2003. Т. 4. № 9. С. 70–74.
6. *Gorodkov A., Dobrova N.B., Kuzmina N.B. et al.* Anatomical structures determining blood flow in the heart left ventricle // Journal of Materials Science: Materials in Medicine. 1996. Vol. 7, No. 3. P. 153–160.
7. *Liu X, Sun A, Fan Y, Deng X.* Physiological significance of helical flow in the arterial system and its potential clinical applications. Ann Biomed Eng. 2015 Jan;43(1):3–15.
8. *Кикнадзе Г.И. и др.* О структуре потока в левом желудочке сердца и аорте с применением точных решений нестационарных уравнений гидродинамики и морфометрических исследований //Докл. АН. 1996. Т. 351. №. 1. С. 119.
9. *Bockeria L.A., Gorodkov A.Y., Kiknadze G.I., Gachechiladze I.A.* Application of Tornado-flow fundamental hydrodynamic theory to the study of blood flow in the heart – Further development of Tornado-like jet technology // ASME 2011 International Mechanical Engineering Congress and Exposition, IMECE 2011, Denver, CO, 11–17 ноября 2011 года. Vol. 2. Denver, CO, 2011. P. 287–296.
10. *Markl M., Kilner P.J., Ebbers T.* Comprehensive 4D velocity mapping of the heart and great vessels by cardiovascular magnetic resonance // Journal of Cardiovascular Magnetic Resonance. 2011. Т. 13. № 1. С. 7.
11. Количественная оценка состояния внутрисердечного потока крови по динамической анатомии левого желудочка сердца на основании точных решений нестационарных уравнений гидродинамики для класса смерчеобразных потоков вязкой жидкости / Е.А. Талыгин, Н.А. Зазыбо, Ш.Т. Жоржوليани [и др.] // Успехи физиологических наук. 2016. Т. 47, № 1. С. 48–68.
12. Жоржوليани Ш.Т., Миронов А.А., Талыгин Е.А. и др. Анализ динамической геометрической конфигурации проточного канала аорты с позиций смерчевой самоорганизации потока крови // Бюллетень экспериментальной биологии и медицины. 2017. Т. 164, № 10. – С. 519–524.
13. *Tanaka M., et al.* Spiral systolic blood flow in the ascending aorta and aortic arch analyzed by echo-dopplerography //Journal of cardiology. 2010. Т. 56. № 1. С. 97–110.
14. Жарков Я.Е., Жоржوليани Ш.Т., Сергеев А.А. и др. Экспериментальное и модельное исследование закрученного течения жидкости в сходящемся канале в качестве модели движения крови в сердце и аорте // Доклады Российской академии наук. Науки о жизни. 2024. Т. 515, № 1. С. 104–121.
15. *Кикнадзе Г.И., Краснов Ю.К.* “Эволюция смерчеобразных течений вязкой жидкости”, Докл. АН СССР, 290:6 (1986), 1315–1319.
16. *Burgers J.M.* A mathematical model illustrating the theory of turbulence //Advances in applied mechanics. 1948. Т. 1. С. 171–199.
17. Патент № 2691705 С1 Российская Федерация, МПК F15D 1/00. Способ отсасывания пограничного слоя сплошной среды с поверхности тела и устройство для его реализации : № 2018119493 : заявл. 28.05.2018 : опубл. 17.06.2019 / Г. И. Кикнадзе, Е.А. Талыгин, А.Ю. Городков.
18. *Wilcox D.C.* Formulation of the kw turbulence model revisited //AIAA journal. 2008. Т. 46. № 11. С. 2823–2838.

19. *Wilcox D.C.*, et al. Turbulence modeling for CFD. — La Canada, CA: DCW industries, 1998. Т. 2. С. 103–217.
20. *Bradshaw P.* An introduction to turbulence and its measurement: thermodynamics and fluid mechanics series. Elsevier, 2013.
21. *Versteeg H.K., Malalasekera W.* An introduction to computational fluid dynamics: the finite volume method. Pearson education, 2007.
22. *Мутрофанова О.В.* Гидродинамика и теплообмен закрученных потоков в каналах с завихрителями // Теплофизика высоких температур, 2003. Т. 41. №4. С. 587–633.
23. *Brown C.H.*, et al. Morphological, biochemical, and functional changes in human platelets subjected to shear stress //The Journal of laboratory and clinical medicine. 1975. Т. 86. № 3. С. 462–471.
24. *Leverett L.B.*, et al. Red blood cell damage by shear stress //Biophysical journal. 1972. Т. 12. № 3. С. 257–273.
25. *Yen J.H.*, et al. The effect of turbulent viscous shear stress on red blood cell hemolysis //Journal of Artificial Organs. 2014. Т. 17. С. 178–185.
26. *Sutera S.P.* Flow-induced trauma to blood cells //Circulation research. 1977. Т. 41. №. 1. С. 2–8.

## NUMERICAL STUDY OF SWIRLING FLOWS IN CONVERGING CHANNELS WITH A CONCAVE BASE AS AN ANALOGY TO BLOOD FLOW IN THE HEART AND AORTA

**Ya. E. Zharkov<sup>1</sup>, A. V. Agafonov<sup>1</sup>, Alex. Y. Gorodkov<sup>1, \*</sup>,  
Academician of the RAS L. A. Bockeria<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>*A.N. Bakulev National Medical Research Center for Cardiovascular Surgery, Moscow, Russian Federation*

*\*e-mail: agorodkov@bk.ru*

The study presents a numerical parametric investigation of flow structures in channels with a longitudinal-radial profile  $zR^N = \text{Const}$  and a spherical dome at the base. The goal of the study was to examine the flow structures in these channels depending on the exponent  $N$  of the profile and the height of the dome, to determine the conditions that provide optimal centripetal swirling flow, analogous to blood flow in the heart chambers and major vessels. The investigation was conducted using a comparative analysis of flow structures in channel configurations  $zR^N = \text{Const}$ , carried out in two stages. In the first stage, the convergence parameter  $N$  was varied from 1.25 to 2.75 to identify the value that ensures optimal flow conditions. In the second stage, for the established value of  $N$ , the dome height was varied from 2.5 mm to 15 mm to identify the beneficial effects associated with its presence. The method of investigation involved numerical modeling in a steady-state regime. The results of the study on the influence of the convergence parameter revealed that the profile  $zR^2 = \text{Const}$  provides optimal conditions for the formation of swirling flow with minimal specific losses and a uniform distribution of velocity gradients. This channel configuration also showed the best agreement with the analytical solutions for Burgers' vortex, confirming its effectiveness in the static approximation of flows. The parametric investigation of dome height indicated that an optimal dome height of 7 mm contributes to the smoothing of velocity gradients and the reduction of viscous losses due to the optimal enhancement of the centripetal swirling flow scale.

*Keywords:* vortex flows, flow channel shape, heart and vessel shape approximation, swirling blood flow, viscous friction losses